CHAPTER	Ratio and Proportion Indices and Logarithm अनुपात तथा समानुपात सूचकांक लॉग
1	

[1] (ब) माना संख्याएँ 2x और 3x है

इस प्रकार $(3x)^2 - (2x)^2 = 320$

$9x^2 - 4x^2 = 320$

$5x^2 = 320$

$x^2 = 64$

$x = 8$

इसलिये संख्याए =

$2x = 2 \times 8 = 16$

$3x = 3 \times 8 = 24$

[2] (द) प्रश्नानुसार –

$$\frac{p - x^2}{q - x^2} = \frac{p^2}{q^2}$$

$q^2 (p - x^2) = p^2 (q - x^2)$

$pq^2 - x^2q^2 = p^2q - p^2 x^2$

$x^2 (p^2 - q^2) = pq (p - q)$

$$x^2 = \frac{pq(p - q)}{p^2 - q^2}$$

$$x^2 = \frac{pq}{p + q}$$

[3] (अ) माना धातु में ताँबे और जस्ते का भाग 9x और 4x है

$\therefore$ $9x = 24$

$$x = \frac{24}{9} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3} \text{ kg.}$$

$\therefore$ जस्ते का भाग = $4x = 4 \times \frac{8}{3} = 10\frac{2}{3}$ kg.

[4] (स) $7 \log \left(\frac{16}{15}\right) + 5 \log \left(\frac{25}{24}\right) + 3 \log \left(\frac{81}{80}\right)$

$= 7 (\log 16 - \log 15) + 5 (\log 25 - \log 24) + 3 (\log 81 - \log 80)$

$= 7 [4 \log 2 - (\log 3 - \log 5)] + 5 [2 \log 5 - (3 \log 2 + \log 3)] + 3 [4 \log 3 - (4 \log 2 + \log 5)]$

$= 28 \log 2 - 7 \log 3 - 7 \log 5 + 10 \log 5 - 15 \log 2 - 5 \log 3 + 12 \log 3 - 12 \log 2 - 3 \log 5 = \log 2$

[5] **(स)** माना वे संख्याएँ 7x तथा 8x हैं
इस प्रकार

$$\frac{7x+3}{8x+3} = \frac{8}{9}$$

$$9(7x+3 = 8(8x+3)$$

$$63x + 27 = 64x + 24$$

$$x = 3$$

$\therefore$ वे संख्याएँ $7 \times 3 = 21$
$8 \times 3 = 24$

[6] **(अ)** माना एक रुपये के x सिक्के हैं
तब 50 पैसे के 4x सिक्के हैं
तथा 25 पैसे के 2x सिक्के हैं
इस प्रकार =

$$x + \frac{4x}{2} + \frac{2x}{4} = 56$$

$$4x + 8x + 2x = 56 \times 4$$

$$14x = 224$$

$$x = 16$$

50 पैसे के सिक्कों की संख्या = 16 × 4 = 64

[7] **(ब)** $\left(a^{1/8} + a^{-1/8}\right)\left(a^{1/8} - a^{-1/8}\right)\left(a^{1/4} + a^{-1/4}\right)\left(a^{1/2} + a^{-1/2}\right)$

$$\Rightarrow \left(a^{1/4} - a^{-1/4}\right)\left(a^{1/4} + a^{-1/4}\right)\left(a^{1/2} + a^{-1/2}\right)$$

$$\Rightarrow \left(a^{1/2} - a^{-1/2}\right)\left(a^{1/2} + a^{-1/2}\right)$$

$$\Rightarrow a - a^{-1}$$

$$\Rightarrow a - \frac{1}{a} \Rightarrow a - \frac{1}{a}$$

[8] **(अ)** $a \log_a^b . \log_b^c . \log_c^d . \log_d^t$

$$a.\frac{\log b}{\log^a}.\frac{\log c}{\log^b}.\frac{\log t}{\log^a}.\frac{\log d}{\log^c} \qquad = \left[\because \log_a^b = \frac{\log b}{\log a}\right]$$

$$= a\frac{\log^t}{\log^a}$$

$$= a \log_a^t$$

$$= t \qquad \left[\because a \log_a^m = m\right]$$

[9] (ब) $\log_{1000} x = \frac{-1}{4}$

$x = (10000)^{-1/4}$ $\left[\because \log_a^b = x = b = a^x\right]$

$\therefore x = \frac{1}{(10000)^{1/4}}$

$x = \frac{1}{10}$

[10] (स) कुल आदमियों की संख्या = 8

उस समय प्रत्येक व्यक्ति का अंश = $\frac{1}{8}$ (कुल लागत)

जब कुल आदमियों की संख्या 7 हो

तो उस समय प्रत्येक व्यक्ति का अंश = $\frac{1}{7}$ (कुल लागत का)

$\therefore$ प्रत्येक व्यक्ति के अंश बढ़ने पर $\frac{1}{7} - \frac{1}{8} = \frac{1}{56}$

$\frac{1}{8}$ का $\frac{1}{7}$ अर्थात् प्रत्येक अंश का $\frac{1}{7}$ भाग है।

[11] (अ) माना सिक्कों की संख्या = 3x, 4x, 5x

तब

$$3x + \frac{4x}{2} + \frac{5x}{10} = 187$$

$$30x + 20x + 5x = 187 \times 10$$

$$55x = 1870$$

$$x = \frac{1870}{55} = 34$$

सिक्कों की सख्या

1 रुपये = 3x = 3 × 34 = 102

50 पैसे = 4x = 4 × 34 = 136

10 पैसे = 5x = 5 × 34 = 170

[12] (ब) $\frac{x^{m+3n}.x^{4m-9n}}{x^{6m}-6n} = \frac{x^{m+3n+4m-9n}}{x^{6m-6n}}$

$$\left[\because \frac{x^a - x^b}{x^{a+b}}\right]$$

$= \dfrac{x^{5m-6n}}{x^{6m-6n}}$

$= x^{5m-6n-6m+6n} \left[\dfrac{x^a}{x^b} = x^{a-b}\right]$

$= x^{-m}$

[13] (अ) log (2a – 3b) = log a – log b

log (2a – 3b) = $\log\left(\dfrac{a}{b}\right)$

$2a - 3b = \dfrac{a}{b}$

$2ab - 3b^2 = a$

$3b^2 = a(2b - 1)$

$a = \dfrac{3b^2}{2b-1}$

[14] (स) $\dfrac{1}{1+z^{a-b}+z^{a-c}} + \dfrac{1}{1+z^{b-c}+z^{b-a}} + \dfrac{1}{1+z^{c-a}+z^{c-b}}$

$= \dfrac{1}{1+\dfrac{z^{-b}}{z^{-a}}+\dfrac{z^{-c}}{z^{-a}}} + \dfrac{1}{1+\dfrac{z^{-c}}{z^{-b}}+\dfrac{z^{-a}}{z^{-b}}} + \dfrac{1}{1+\dfrac{z^{-a}}{z^{-b}}+\dfrac{z^{-b}}{z^{-c}}}$

$= \dfrac{z^{-a}}{z^{-a}+z^{-b}+z^{-c}} + \dfrac{z^{-b}}{z^{-b}+z^{-c}+z^{-a}} + \dfrac{z^{-c}}{z^{-c}+z^{-a}+z^{-b}}$

$= \dfrac{z^{-a}+z^{-b}+z^{-c}}{z^{-a}+z^{-b}+z^{-c}}$

= 1

[15] (द) माना अ और ब की आय का अनुपात 4x तथा 7x है

नयी अ की आय = 4x × 150% = 6x

नयी ब की आय = 7x × 75% = 5.25

$\therefore \dfrac{6x}{5.25x} = \dfrac{8}{7}$

$\because$ x का कोई मान नहीं मिलेगा

$\therefore$ आकड़े अपर्याप्त है।

[16] (ब) क्योंकि $\frac{P}{Q} = \frac{11}{12}$ और $\frac{P}{R} = \frac{9}{8}$

$$\frac{P}{Q} = \frac{11 \times 9}{12 \times 9} = \frac{99}{108}, \frac{P}{R} = \frac{9 \times 11}{8 \times 11} = \frac{99}{88}$$

$$\therefore \frac{Q}{R} = \frac{108}{88} = \frac{27}{22} = 27:22$$

[17] (स) $\frac{1}{\log_{ab}^{(abc)}} + \frac{1}{\log_{bc}^{(abc)}} + \frac{1}{\log_{ca}^{(abc)}}$

$$= \frac{1}{\frac{\log(abc)}{\log(ab)}} + \frac{1}{\frac{\log(abc)}{\log(bc)}} + \frac{1}{\frac{\log(abc)}{\log(ca)}}$$

$$\left[\therefore \log_a b = \frac{\log b}{\log a}\right]$$

$$= \frac{\log(ab)}{\log(abc)} + \frac{\log(bc)}{\log(abc)} + \frac{\log(ca)}{\log(abc)}$$

$$= \frac{\log(ab \times bc \times ca)}{\log abc}$$

$$= \frac{\log a^2 b^2 c^2}{\log(abc)}$$

$$= \frac{\log(abc)^2}{\log abc} = \frac{2\log(abc)}{\log(abc)} = 2$$

[18] (स) 2^{64}

$\Rightarrow$ $64 \log^2$

$\Rightarrow$ 64×0.30103

$\Rightarrow$ 19.26592

अंकों की संख्या = 20

[19] (अ) A, B, C के अंशों का अनुपात $= \frac{1}{4} : \frac{1}{5} : \frac{1}{6}$

$$= \frac{15:12:10}{60}$$

$$= 15:12:10$$

इस प्रकार A का भाग $= 407 \times \frac{15}{37} = 165$

B का भाग $= 407 \times \frac{12}{37} = 132$

C का भाग $= 407 \times \frac{10}{37} = 110$

[20] (अ) माना A और B की आय 3n और 2n और खर्चों को 5y और 3y मानते हैं।

इस प्रकार,

$3x - 5y = 1,500$ … … (1)

$2x - 3y = 1,500$ … … (2)

समी0 (1) तथा (2) से –

हम पाते हैं $x = 3,000$, $y = 1,500$

इस प्रकार B की आय $= 2x = 2 \times 3,000 = 6,000$

[21] (द) $4^x = 5^y = 20^z = k$

$\therefore \quad 4 = k^{1/x}$

$5 = k^{1/y}$

$20 = k^{1/z}$

$\because \quad 20 = 4 \times 5$

$\Rightarrow \quad k^{1/z} = k^{1/x} \times k^{1/y}$

$\Rightarrow \quad k^{1/x+1/y} = k^{1/z}$ [$\because x^m \times x^n = x^{m+n}$]

$\Rightarrow \quad k^{x+y/xy} = k^{1/z}$

$\Rightarrow \quad \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{z}$ [$\because x^m = x^n, \therefore m=n$]

$\Rightarrow \quad z = \frac{xy}{x+y}$

[22] (अ) $\left(\frac{\sqrt{3}}{9}\right)^{\frac{5}{2}} \cdot \left(\frac{9}{3\sqrt{3}}\right)^{\frac{7}{2}} \times 9$

$$= \left(\frac{3^{\frac{1}{2}}}{3^2}\right)^{\frac{5}{2}} \left(\frac{3^2}{3.3^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{7}{2}} \times 3^2$$

$$= \left(3^{\frac{1}{2}-2}\right)^{\frac{5}{2}} \left(\frac{3^2}{3^{\frac{3}{2}}}\right)^{\frac{7}{2}} \times 3^2$$

$$= \left(3^{\frac{-3}{2}}\right)^{\frac{5}{2}} \quad \left(3^{\frac{2-3}{2}}\right)^{\frac{7}{2}} \times 3^2$$

$$= 3^{\frac{-15}{4}} \quad \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{7}{2}} \times 3^2$$

$$= 3^{\frac{-15}{4}} \times 3^{\frac{7}{4}} \times 3^2$$

$$= 3^{\frac{-15}{4}+\frac{7}{4}+2}$$

$$= 3^{-2+2} = 3^0 = 1$$

[23] (अ) $= \dfrac{\log_3 8}{\log_9 16.\log_4 10}$

$$= \log_3 8.\log_{16} 9.\log_{10} 4$$

$$= \log_3 2^3.\log_{2^4} 3^2.\log_{10} 2^3$$

$$= 3\log_3 2.\frac{2}{4}\log\frac{3}{2}.2\log_{10}2$$

$$= \frac{3\log2}{\log3}.\frac{\log3}{2\log2}.\frac{2\log2}{\log10}$$

$$= \frac{3\log2}{\log10} = 3\log_{10}2$$

[24] (द) ग्लिसरीन की मात्रा = $40 \times \dfrac{3}{4} = 30$ लीटर

पानी की मात्रा = $40 \times \dfrac{1}{4} = 10$ लीटर

माना, पानी की x लीटर मात्रा मिश्रण में मिलायी जाती है

तब, मिश्रण की कुल मात्रा = (40 + x) लीटर

मिश्रण में पानी की कुल मात्रा = (10 + x) लीटर

अतः

$$\frac{30}{10+x} = \frac{2}{1}$$

= 30 = 20 + 2x

= 2x = 10

= x = 5 लीटर

इसलिए, मिश्रण में 5 लीटर पानी मिलाना चाहिये।

[25] (द) माना, तृतीयानुपाती x है

तब,

$$\frac{a^2 - b^2}{(a+b)^2} = \frac{(a+b)^2}{x}$$

$$x = (a + b)^2 \frac{(a+b)^2}{a^2 - b^2}$$

$$x = \frac{(a+b)^3}{(a-b)}$$

[26] (स) $2^x - 2^{x-1} = 4$

$$2^x - \frac{2^x}{2} = 4$$

$$2^x \left[1 - \frac{1}{2}\right] = 4$$

$$2^x \left[\frac{1}{2}\right] = 4$$

$2^x = 8$

$2^x = 2^3$

अतः $x = 3$

$x^x = 3^3 = 27$

[27] (अ) $x = \frac{e^n - e^{-n}}{e^n + e^{-n}}$

$$\frac{1}{x} = \frac{e^n + e^{-n}}{e^n - e^{-n}}$$

तंत्रात्मक और विभाजक गमन लगाने पर –

$$\frac{1+x}{1-x} = \frac{e^n + e^{-n} + e^n - e^{-n}}{e^n + e^{-n} - e^n + e^{-n}}$$

$\Rightarrow \dfrac{1+x}{1-x} = \dfrac{2+e^{n}}{2e^{-n}}$

$\Rightarrow \dfrac{1+x}{1-x} = e^{2n} \dfrac{1+x}{1-x} = 2n$

$\Rightarrow \text{Log} \left(\dfrac{1+x}{1-x}\right) = 2n, \quad n = \dfrac{1}{2} \log e \left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$

[28] (ब) log 114 = log (16 × 9)
= log 16 + log 9
= $\log 2^4 + \log 3^2$
= 4 log 2 + 2 log 3.

[29] (ब) माना x मात्रा की चाय रुपये 10 प्रति kg. और y मात्रा की चाय रुपये 14 प्रति kg मिलाया गया –

∴ मिश्रण का कुल मूल्य = 10x + 4y
मिश्रण की कुल मात्रा = x + y

∴ मिश्रण का औसत मूल्य = $\dfrac{10x + 4y}{x + y} = 11$

10x + 14y = 11x + 11y
3y = x

∴ $\dfrac{x}{y} = \dfrac{3}{1}$

या x : y = 3 : 1 जो कि मांगा गया अनुपात है

[30] (अ) माना मनुष्यों की वर्तमान आयु
5x & 7x
18 वर्ष पहले उनकी आयु = 5x – 18, और 7x – 18
प्रश्नानुसार –

$\dfrac{5x-18}{7x-18} = \dfrac{8}{13}$

65x – 234 = 56x – 144
9x = 90
x = 10
उनकी वर्तमान आयु 5x = 5 × 10 = 50 वर्ष
7x = 7 × 10 = 70 वर्ष

[31] (ब) $z = x^c$
$z = (y^a)^c$ [$\because y^a = x$]
$z = y^{ac}$

$z = (Z^b)^{ac}$ [$\because z^b = y$]

$\therefore z = z^{abc}$

$\therefore abc = 1$ [$\because x^m = x^n$ तब $m = n$]

[32] (स) $\log_2 [\log_3 (\log_2 x)] = 1$

$\log_3 (\log_2 x) = 2^1$ [e^x के रूप में बदलने पर]

$\log_2 x = 3^2$ [e^x के रूप में बदलने पर]

$\log_2 x = 9$

$x = 2^9$ [e^x के रूप में बदलने पर]

$x = 512$

[33] (ब) $\log\left(\frac{a+b}{4}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$

$\log\left(\frac{a+b}{4}\right) = \log (ab)^{1/2}$

[$\because \log a^{mn} = \log a^m + \log a^n$ and $n \log a^m = \log {}_a m^n$]

दोनों तरफ का एन्टीलाग लेने पर

$\frac{a+b}{4} = \sqrt{ab}$

$a + b = 4\sqrt{ab}$

दोनो तरफ का वर्ग करने पर

$(a+b)^2 = (4\sqrt{ab})^2$

$a^2+b^2+2ab = 16\,ab$

$a^2+b^2 = 14ab$

$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 14$

[34] (अ) उनकी पूँजियों का निवेश

A: ₹ 1,26,000, B: ₹ 84,000, C: ₹ 2,10,000

उनके निवेश का अनुपात्

126: 84: 210 = 3:2:5

वर्ष के अन्त में लाभ = ₹ 2,42,000 दिया है

A का अंश = $\frac{3}{10} \times 2,42,000 =$ ₹ 72,600

B का अंश = $\frac{2}{10} \times 2,42,000 =$ ₹ 48,400

C का अंश = $\frac{5}{10} \times 2,42,000 =$ ₹ 1,21,000

[35] (स) $\frac{p}{q} = -\frac{2}{3}$ इसलिये, $p = \frac{-2q}{3}$ ....(1)

अब $\frac{2p+q}{2p-q}$

समीकरण (i) की सहायता से p का मान रखने पर

$$= \frac{2\left(\frac{-2q}{3}\right)+q}{2\left(\frac{-2q}{3}\right)-q}$$

$$= \frac{\frac{-4q}{3}+q}{\frac{-4q}{3}-q}$$

$$= \frac{-4q+3q}{3}$$

$$= \frac{-4q-3q}{3}$$

$$= \frac{-q}{3} \times \frac{3}{-7q}$$

$$= \frac{1}{7}$$

[36] (स) माना x, 2x, (x + 1) का चौथा समानुपातिका 't' है।

$$\frac{x}{2x} = \frac{x+1}{t}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{x+1}{t}$$

t = 2x + 2

$\therefore$ x, 2x, (x + 1) का चौथा समानुपातिक (2x + 2) है।

जैसे x : 2x : : (x + 1) : (2x + 2)

[37] (द) $x = 3^{1/3} + 3^{-1/3}$ ....(1)

दोनों तरफ घन करने पर

$x^3 = (3^{1/3} + 3^{1/3})^3$

$x^3 = 3 + 3^{-1} + 3 \times 3^{1/3}\ \frac{x^1}{3^{1/3}}\ \left(3^{1/3} + 3^{-1/3}\right)$

$x^3 = 3 + 1/3 + 3\ \left(3^{1/3} + 3^{-1/3}\right)$

$x^3 = 3 + 1/3 + 3x$ [(1) के प्रयोग से]

$x^3 - 3x = \frac{9+1}{3}$

$3(x^3 - 3x) = 10$

$\therefore 3x^3 - 9x = 10$

[38] (ब) $[1 - \{1 - (1 - x^2)^{-1}\}^{-1}]^{-1/2}$

$= \left[1 - \left\{1 - \frac{1}{1-x^2}\right\}^{-1}\right]^{-1/2}$

$= \left[1 - \left\{\frac{1-x^2-1}{1-x^2}\right\}^{-1}\right]^{-1/2}$

$= \left[1 - \left\{\frac{-x^2}{1-x^2}\right\}^{-1}\right]^{-1/2}$

$= \left[1 - \left\{-\left(\frac{1-x^2}{x^2}\right)\right\}\right]^{-1/2}$

$= \left[1 + \frac{1-x^2}{x^2}\right]^{-1/2}$

$= \left[\frac{x^2+1-x^2}{x^2}\right]^{-1/2}$

$= \left[\frac{1}{x^2}\right]^{-1/2}$

$= (x^2)^{1/2}$

$= x$

[39] (अ) log (m + n) = log m + log n

log (m + n) = log (mn) [∵ log ab = log a + log b]

दोनों तरफ एन्टी लॉग लेने पर

Anti log [log (m + n)] = Anti log [log (mn)]

∴ m + n = mn

mn – m = n

m (n-1) = n

$m = \frac{n}{n-1}$

[40] (अ) $\log_4 (x^2 + x) - \log_4 (x + 1) = 2$

$\log_4 \left(\frac{x^2+x}{x+1}\right) = 2 \left[\because \log_a m - \log_a n = \log_a\left(\frac{m}{n}\right)\right]$

$4^2 = \frac{x^2+x}{x+1}$

$16 = \frac{x^2+x}{x+1}$

$16x + 16 = x^2 + x$

$x^2 - 15x - 16 = 0$

$x^2 - 16x + x - 16 = 0$

$x (x - 16) + 1(x - 16) = 0$

$(x + 1) (x - 16) = 0$

x = - 1 or x = 16

x = - 1 सम्भव नहीं है इसलिए x = 16 है।

[41] (ब) $\frac{2^n + 2^{n-1}}{2^{n+1} - 2^n} = \frac{2^n\left(1+\frac{1}{2}\right)}{2^n(1-1)} = \frac{3}{\frac{2}{1}} \Rightarrow 3/2$

[42] (अ) $2^x \times 3^y \times 5^z = 360$

360 का गुणनखण्ड करने पर

$2^3 \times 3^2 \times 5$

$\therefore 2^3 \times 3^2 \times 5^1 = 360$

अतः x = 3, y = 2 और z = 1

[43] (स) $[\log_{10}\sqrt{25} - \log_{10}(2^3) + \log_{10}(4)^2]^x$

$[\log_{10} 5 - 3\log_{10} 2 + \log_{10}(2^4)]^x$

$[\log_{10} 5 - 3\log_{10} 2 + 4\log_{10} 2]^x$

$[\log_{10} 5 + \log_{10} 2]^x$

$[\log_{10}(5 \times 2)]^x$ $[\because \log(m \times n) = \log m + \log n]$

$[\log_{10} 10]^x$

1^x $[\because \log_a a = 1]$

$= 1$

[44] (स) **उत्तर 26 देखें।**

[45] (द) $\log_a b + \log_a c + = 0$

$\log_a bc = 0$

$a^0 = bc$

$bc = 1$

अतः $b = 1/c$

इसलिये, b तथा c एक दूसरे के व्युत्क्रम हैं।

[46] (स) मान लेते हैं 'x' एक संख्या है

$$\frac{49+x}{68+x} = \frac{3}{4}$$

$196 + 4x = 204 + 3x$

$x = 8$

[47] (द) मान लेते हैं 5x : 7x अनुपात है

दिया गया है, 10 छात्रों के जाने पर,

अनुपात 4 : 6 हो जायेगा।

$$\frac{5x - 10}{7x - 10} = \frac{4}{6}$$

$30x - 60 = 28x - 40$

$2x = 20$

$x = 10$

अतः हर कक्षा में छात्रों की संख्या है

5x तथा 7x

i.e. 50, 70

[48] (ब) $2\log x + 2\log x^2 + 2\log x^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots$

$= 2[\log x + \log x^2 + \log x^3 \ldots\ldots\ldots\ldots]$

$= 2[\log x + 2\log x + 3\log x + \ldots\ldots\ldots\ldots]$

$= 2\log x[1 + 2 + 3 \ldots\ldots\ldots\ldots n]$

$$= 2\log x \times \frac{n(n+1)}{2}$$

$= n(n + 1)\log x$

[49] (द) 2,7777

$2 + 0.7 + 0.07 + 0.007 + ...$

$= \quad 2 + \left(\frac{7}{10} + \frac{7}{100} + \frac{7}{1,000} + ...\right)$

$= \quad 2 + 7\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1,000}............\right)$

$= \quad 2 + 7\left(\frac{1/10}{1 - 1/10}\right)$

$= \quad 2 + 7 \times \frac{1}{9}$

$= \quad 2 + \frac{7}{9}$

$= \quad \frac{18+7}{9}$

$= \quad \frac{25}{9}$

[50] (अ) $\left(\frac{\log_{10} x - 3}{2}\right) + \left(\frac{11 - \log_{10} x}{3}\right) = 2$

$3 \log_{10} x - 9 + 22 - 2 \log_{10} x = 12$

$\log_{10} x + 13 = 12$

$\log_{10} x = -1$

$x = 10^{-1}$

[51] (अ) $\frac{A}{B} = \frac{2}{5} = \frac{2K}{5K}$

$\frac{10A+3B}{5A+2B} = \frac{20k+15k}{10k+10k} = \frac{35k}{20k}$

$= \frac{35}{20} = \frac{7}{4}$

[52] (अ) दिया गया है n = m or m! जहां m = 2

$\therefore \quad \frac{1}{\log_2 n} + \frac{1}{\log_3 n} + \frac{1}{\log_4 n} + ...\frac{1}{\log_m n}$

⇒ इसे इस प्रकार भी लिखा जा सकता है

⇒ $\log_n 2 + \log_n 3 + \log_n 4$ ....$\log_n m$ $\left[\therefore \log_b a = \frac{1}{\log_a b}\right]$

⇒ $\log_n (2 \times 3 \times 4$..................$m)$ [∴ log mn = log m + log n]

⇒ $\log_n \lfloor(m)$ $[\because \lfloor m = n]$

⇒ $\log_n n$

⇒ 1

[53] (अ) दिया गया है A : B = B : C

⇒ $B^2 = A \times C$

⇒ $B = \sqrt{A \times C}$

∵ A = 1,60,000, C = 2,50,000

∴ $B = \sqrt{1,60,000 \times 2,50,000}$

B = 2,00,000

[54] (स) a : 9 का सब डुप्लीकेट अनुपात होगा $\sqrt{a} : \sqrt{9}$ = 4 : 5 का संयोजित अनुपात होगा 8 : 15 = 4 : 5 का संयोजित अनुपात तथा a : 9 का सब डुप्लीकेट अनुपात होगा–

$$CR = \frac{4}{5} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{9}}$$

$$\frac{8}{15} = \frac{4}{5} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{9}}$$

$$\sqrt{\mathbf{a}} = \frac{8 \times 5 \times \sqrt{9}}{15 \times 4}$$

$$\sqrt{\mathbf{a}} = \frac{8 \times 5 \times 3}{15 \times 4}$$

$$\sqrt{\mathbf{a}} = 2$$

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = (2)^2$$

a = 4

[55] (अ) यदि $\log_2 x + \log_4 x = 6$

$$= \frac{\log x}{\log 2} + \frac{\log x}{\log 4} = 6$$

$$= \frac{\log x}{\log 2} + \frac{\log x}{\log 4} = 6$$

$= \frac{\log x}{\log 2} + \frac{\log x}{2\log 2} = 6$

$= \frac{\log x}{\log 2}\left(1+\frac{1}{2}\right) = 6$

$= \frac{\log x}{\log 2} \times \frac{3}{2} = 6$

$= \frac{\log x}{\log 2} = 6 \times \frac{2}{3}$

$= \frac{\log x}{\log 2} = 4$

$= \log x = 4 \log 2$

$= \log x = \log 2^4$

$x = 2^4$

$x = 16$

[56] (द) दिया गया है कि x, y के समतल के रूप में उल्टी दिशा में चल रहा है

अर्थात् $x \propto \frac{1}{y^2}$

$x = K. 1/y^2$

$x = \frac{K}{y^2}$ ………………..(1)

दिया है x = 1, y = 2 तब

$1 = \frac{K}{(2)^2}$

$\Rightarrow \quad K = 1 \times 4 = 4$

अब y = 6 तथा K = 4 को समीकरण (1) पर रखने पर

$x = \frac{4}{6^2}$

$x = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

[57] (ब) $\frac{3^{n+1}+3^n}{3^{n+3}-3^{n+1}} = \frac{3^n.3^1+3^n}{3^n.3^3-3^n.3^1}$

$= \frac{3^n(3^1+1)}{3^n(3^3-3)}$

$= \frac{(3+1)}{(27-3)}$

$= \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$

[58] (स) दिया है $\log_x y = 100$ ………………..(1)

$\log_2 x = 10$…………………..(2)

समीकरण (1) तथा (2) का गुणा करने पर

$\log_x y \ \log_2 x = 100 \times 10$

$\frac{\log y}{\log x} \times \frac{\log x}{\log 2} = 1,000$

$\log y = 1,000 \log 2$

$\log y = \log 2^{1000}$

$y = 2^{1000}$

[59] (अ) यदि a, b, c, d समानुपात में हैं तो इनका सामान्य अनुपात होगा $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

(A) $\Rightarrow \frac{6}{8} \neq \frac{5}{7}$

(B) $\Rightarrow \frac{7}{3} = \frac{14}{6}$

(C) $\Rightarrow \frac{18}{27} = \frac{12}{18}$

(D) $\Rightarrow \frac{8}{6} = \frac{12}{9}$

[60] (ब) $x^1 (x)^{1/3} = (x^{1/3})^x$

$\Rightarrow x^{1+1/3} = x^{x/3}$

$\Rightarrow x^{4/3} = x^{x/3}$

तुलना करने पर ⇒

$$\frac{4}{3} = \frac{x}{3}$$

⇒ 3x = 12 ⇒ x = 4

[61](द) $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} = \frac{1}{abc}$

$\frac{c+a+b}{abc} = \frac{1}{abc}$ ⇒ a + b + c = 1

दोनों पक्षों का log करने पर –

log (a + b + c) = log1

log (a + b + c) = 0

[62](अ) माना दो संख्यायें x व y हैं

अतः x : 18 :: 18 : y

$\frac{x}{18} = \frac{18}{y}$

⇒ xy = 324

⇒ $x = \frac{324}{y}$ ________ समी0 (1)

चूंकि x & y का तृतीय अनुपात 144 है

अतः x : y : : y : 144

$\frac{x}{y} = \frac{y}{144}$

$y^2 = 144x$ ________ (2)

समी० (2) में समी० (1) से x का मान रखने पर

$y^2 = 144 \times \frac{324}{y}$

$y^3 = 144 \times 324$

$y = 3\sqrt{144 \times 324}$

$y = 3\sqrt{3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$

$y = 3\sqrt{6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6}$

$y = 6 \times 6$

⇒ y = 36

y का मान समी० (1) में रखने पर

$x = \frac{324}{36} = 9$

x = 9, y = 36

[63](अ) दिया है, $\left(\log\sqrt{x^2}\right)^2 = \log x^2$

$\left(\frac{\log 2}{\log\sqrt{x}}\right)^2 = \frac{\log 2}{\log x}$

$\left(\frac{\log 2}{\frac{1}{2}\log x}\right)^2 = \frac{\log 2}{\log x}$

$\left(\frac{2\log 2}{\log x}\right)^2 = \left(\frac{\log 2}{\log x}\right)$

$4\left(\frac{\log 2}{\log x}\right)^{2} = \left(\frac{\log 2}{\log x}\right)^1$

$4\frac{\log 2}{\log x} = 1$

4 log 2 = log x

$\log 2^4 = \log x$

$\Rightarrow 2^4 = x \quad \Rightarrow$ **X = 16**

[64](द) माध्य समानुपात $= \sqrt{24 \times 54}$

$= \sqrt{1296}$

= 36

[65](स) 4 : 5 का तृतीयानुपाती $= 4^3 : 5^3$

= 64 : 125

[66] (अ) यदि $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c} = 0$

$a^{1/3} + b^{1/3} + c^{1/3} = 0$

$a^{1/3} + b^{1/3} = -c^{1/3}$ ……………….. (i)

दोनों पक्षों का घन करने पर –

$(a^{1/3} + b^{1/3})^3 = (-c^{1/3})^3$

$(a^{1/3})^3 + (b^{1/3})^3 + 3.a^{1/3} . b^{1/3} (a^{1/3} + b^{1/3}) = - c$

$a + b + 3.a^{1/3} . b^{1/3} . (- c^{1/3}) = - c$

$a + b - 3.a^{1/3} . b^{1/3} . c^{1/3} = - c$

$a + b + c = 3.a^{1/3} . b^{1/3} . c^{1/3}$

$$\left(\frac{a+b+c}{3}\right) = \frac{3.a^{1/3}.b^{1/3}.c^{1/3}}{3}$$

$$\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3 = (a^{1/3} . b^{1/3} . c^{1/3})^3$$

$$\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3 = abc$$

[67] (अ) चूँकि तीन अंकों का अनुपात = 1 : 2 : 3 है

पहला अंक = x

दूसरा अंक = 2x

तीसरा अंक = 3x

अंकों के वर्गों का योग = 504

$(x)^2 + (2x)^2 + (3x)^2 = 504$

$x^2 + 4x^2 + 9x^2 = 504$

$14x^2 = 504$

$$X^2 = \frac{504}{14} = 36$$

$X = 6$

पहला अंक = x = 6

दूसरा अंक = 2x = 12

तीसरा अंक = 3x = 18

[68] (द) $\log_4 9 . \log_3 2$

$$= \frac{\log 9}{\log 4} . \frac{\log 2}{\log 3}$$

$$= \frac{\log 3^2}{\log 2^2} . \frac{\log 2}{\log 3}$$

$$= \frac{2\log 3}{2\log 2} . \frac{\log 2}{\log 3}$$

$= 1$

[69] (स) $(\log_y x . \log_z y . \log_x z)^3$

$$= \left(\frac{\log x}{\log y} . \frac{\log y}{\log z} . \frac{\log z}{\log x}\right)^3$$

$= (1)^3 = 1$

[70] (स) माना, पहला अंक = x

व, दूसरा अंक = (80 – x)

दोनों अंकों का गुणनफल = x.(80 – x)

$P = 80x - x^2$ ....(1)

Differentiation w.r.t. ‘x’

$\frac{dp}{dx} = 80 - 2x$ ....(2)

$\frac{d^2p}{dx^2} = -2$ ....(3)

अधिकतम/निम्नतम के लिए –

$\frac{dp}{dx} = 0$

$80 - 2x = 0$

$2x = 80$

$\boxed{X = 40}$

समी0 (3) में x = 40 रखने पर

$\frac{d^2p}{dx^2} = -2$ (नकारात्मक)

अतः अधिकतम मूल्य = 40 होगा

अतः अंक = 40, (80 – 40)

= 40, 40

[71] (ब) दिया हैः x : y = 2 : 3

माना, x = 2k, y = 3k

$(5x + 2y) : (3x - y) = \frac{5x + 2y}{(3x - y)}$

$= \frac{5 \times 2k + 2 \times 3k}{3 \times 2k - 3k}$

$= \frac{10k + 6k}{6k - 3k}$

$= \frac{16\cancel{k}}{3\cancel{k}}$

= 16 : 3

[72] (ब) यदि $(25)^{150} = (25x)^{50}$

$25^{150} = 25^{50}.\ x^{50}$

$\Rightarrow \frac{25^{150}}{25^{50}} = x^{50}$

$\Rightarrow \quad 25^{100} = x^{50}$

$\Rightarrow \quad (5^2)^{100} = x^{50}$

$\Rightarrow \quad 5^{200} = x^{50}$

$\Rightarrow \quad (5^4)^{50} = x^{50}$

$\Rightarrow \quad 5^4 = x$

$\Rightarrow \quad x = 5^4$

[73] (स) $\left(\frac{y^a}{y^b}\right)^{a^2+ab+b^2} \cdot \left(\frac{y^b}{y^c}\right)^{b^2+bc+c^2} \cdot \left(\frac{y^c}{y^a}\right)^{c^2+ac+a^2}$

$= \left(y^{a-b}\right)^{a^2+ab+b^2} \cdot \left(y^{b-c}\right)^{b^2+bc+c^2} \cdot \left(y^{c-a}\right)^{c^2+ac+a^2}$

$= y^{a^3-b^3} \cdot y^{b^3-c^3} \cdot y^{c^3-a^3}$

$= y^{a^3-b^3+b^3-c^3+c^3-a^3}$

$= y^0$

$= 1$

[74] (ब) माना, Q का वेतन = 100

P का वेतन = 100 – (25% × 100)

= 100 – 25

= 75

R का वेतन = 100 + (20% × 100)

= 100 + 20

= 120

R और P के वेतन का अनुपात = 120 : 75 = 8 : 5

[75] (ब) यदि $x^2 + y^2 = 7xy$

$x^2 + y^2 + 2xy = 7xy + 2xy$

$(x + y)^2 = 9xy$

दोनों पक्षों का log करने पर –

$\log (x + y)^2 = \log 9xy$

$2 \log (x + y) = \log 9 + \log x + \log y$

$2 \log (x + y) = \log 3^2 + \log x + \log y$

$2 \log (x + y) = 2 \log 3 + \log x + \log y$

$2 \log (x + y) – 2 \log 3 = \log x + \log y$

$2 \left[\log\left(\frac{x+y}{3}\right)\right] = \log x + \log y$

$\log \left(\frac{x+y}{3}\right) = \frac{1}{2} [\log x + \log y]$

[76] (ब) व्यक्ति की कुल सम्पत्ति = 1,48,200
पत्नी, पुत्र और पुत्री के भाग का अनुपात = 3 : 2 : 1
अनुपात का योग = 3 + 2 + 1 = 6

पुत्र का भाग = $\frac{2}{6} \times 1{,}48{,}200$
= 49,400

[77] (स) यदि $x = \log_{24}12$, $y = \log_{36}24$ और $z = \log_{48}36$ तब $xyz + 1$
$= \log_{24}12 \times \log_{36}24 \times \log_{48}36 + 1$

$$= \frac{\log 12}{\log 24} \times \frac{\log 24}{\log 36} \times \frac{\log 36}{\log 48} + 1$$

$$= \frac{\log 12}{\log 48} + 1$$

$$= \frac{\log 12 + \log 48}{\log 48}$$

$$= \frac{\log (12 \times 48)}{\log 48}$$

$$= \frac{\log (576)}{\log 48}$$

$$= \frac{\log (24)^2}{\log 48}$$

$$= \frac{2 \log 24}{\log 48}$$

$$= 2. \frac{\log 24}{\log 36} . \frac{\log 36}{\log 48}$$

$= 2 \log_{36}24. \text{Log}_{48}36$
$= 2yz$

[78] (अ) दिया है, $\log x = a + b$, $\log y = a - b$

$$\log \left(\frac{10x}{y^2} \right) = \log 10x - \log y^2$$
$= \log 10 + \log x - 2\log y$
$= 1 + (a + b) - 2 (a - b)$
$= 1 + a + b - 2a + 2b$
$= 1 - a + 3b$

[79] (ब) यदि $x = 1 + \log_p qr$, $y = 1 + \log_q rp$, $z = 1 + \log_r pq$

$$x = 1 + \frac{\log qr}{\log p}$$

$$x = \frac{\log p + \log qr}{\log p}$$

$$x = \frac{\log pqr}{\log p}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{\log p}{\log pqr}$$

उसी प्रकार

$$\frac{1}{y} = \frac{\log q}{\log pqr}$$

$$\frac{1}{z} = \frac{\log r}{\log pqr}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{\log p}{\log pqr} + \frac{\log q}{\log qpr} + \frac{\log r}{\log pqr}$$

$$= \frac{\log p + \log q + \log r}{\log pqr}$$

$$= \frac{\log pqr}{\log pqr}$$

$= 1$

[80] (स) एक व्यक्ति के वेतन का तीन महीनों का अनुपात = 2 : 4 : 5

माना, पहले महीने का वेतन = 2x

दूसरे महीने का वेतन = 4x

तीसरे महीने का वेतन = 5x

दिया है

(पिछले दो महीनों में उत्पाद का वेतन) – (पहले दो महीनों में उत्पाद का वेतन)

= 4,80,00,000

$(4x.5x) - (2x.4x) = 4,80,00,000$

$20x^2 - 8x^2 = 4,80,00,000$

$12x^2 = 4,80,00,000$

$x^2 = 40,00,000$

$x = 2,000$

व्यक्ति के दूसरे महीने का वेतन = 4x = 4 × 2,000 = 8,000

[81] (अ) माना, मिश्रण का विक्रय मूल्य ₹100 है।

तब, लाभ = 14.6% x 100

= ₹14.6

मिश्रण का लागत मूल्य = ₹(100 – 14.6)

= ₹85.4

∵ जब विक्रय मूल्य ₹ 100 तब लागत मूल्य = ₹ 85.4

∴जब विक्रय मूल्य ₹ 1 तब लागत मूल्य = ₹ $\frac{85.4}{100}$

∴जब विक्रय मूल्य ₹ 17.60 तब लागत मूल्य = ₹ $\frac{85.4}{100}$ x 17.60

= ₹ 15.0304

∴मिश्रण के प्रति किग्रा. की लागत = ₹ 15.0304

दूसरा अन्तर = ₹ 15.54 – 15.0304

= ₹ 0.5096

पहला अन्तर = ₹ 15.0304 – 13.84

= ₹ 1.1904

अनुपात = दूसरा अन्तर : पहला अन्तर

= 0.05096 : 1.1904

= ₹ 3 : 7

[82] (द) यदि $p^x = q$, $q^y = r$ और $r^z = p^6$

$q = p^x$, $q^y = r$ और $r^z = p^6$

$(q^y)^z = p^6$

$[(q^x)^y]^z = p^6$

$p^{xyz} = p^6$

= xyz = 6

[83] (अ) $\log x = m + n$ और $\log y = m - n$,

तब $\log\left(\frac{10x}{y^2}\right) = \log 10x - \log y^2$

$= \log 10 + \log x - 2 \log y$

$= 1 + \log x - 2 \log y$

$= 1 + (m+n) - 2(m-n)$

$= 1 + m + n - 2m + 2n$

$= 3n - m + 1$

[84] (अ) यदि $15(2p^2 - q^2) = 7pq$,

$30p^2 - 15q^2 = 7pq$

$30p^2 - 7pq - 15q^2 = 0$

$30p^2 - 25pq + 18pq - 15q^2 = 0$

$5p(6p - 5q) + 3q(6p - 5q) = 0$

$(6p - 5q)(5p + 3q) = 0$

यदि $6p - 5q = 0$ तथा $5p + 3q = 0$

$6p = 5q$ $\quad$ $5p = -3q$

$\frac{p}{q} = \frac{5}{6}$ $\quad$ $\frac{p}{q} = \frac{-3}{5}$

→ $p:q = 5:6$ $\quad$ (सम्भव नहीं)

[85] (ब) 12, 30 का तृतीयानुपाती,

$C = b^2/a = \frac{(30)^2}{12} = \frac{900}{12} = 75$

9, 25 का माध्यनुपाती,

$b = \sqrt{ac} = \sqrt{9 \times 25} = \sqrt{225} = 15$

9, 25 के माध्यनुपाती तथा 12, 30 के तृतीयानुपाती का अनुपात

$= 75:15$

$= 5:1$

[86] (स) $\log_5 3 \times \log_3 4 \times \log_2 5$

$$= \frac{\log 3}{\log 5} \times \frac{\log 4}{\log 3} \times \frac{\log 5}{\log 2} = \frac{\log 4}{\log 2}$$

$$= \frac{\log 2^2}{\log 2} = 2\frac{\log 2}{\log 2} = 2$$

[87] (अ) माना, x जोड़ा जाना चाहिए,
तब, (10 + x), (18 + x), (22 + x), (38 + x) अनुपात में होंगे।
बाह्य अनुपातों का गुणनफल = माध्य अनुपातों का गुणनफल
(10 + x) (38 + x) = (18 + x) (22 + x)

$$380 + 10x + 38x + x^2 = 396 + 18x + 22x + x^2$$

$$48x + 380 = 40x + 396$$

$$48x + 40x = 396 - 380$$

$$8x = 16$$

$$\Rightarrow x = 2$$

[88] (ब) $\frac{2^n + 2^{n-1}}{2^{n+1} - 2^n}$

$$= \frac{2^n + 2^n.2^{-1}}{2^n.2^1 - 2^n}$$

$$= \frac{2^n\left(1 + 2^{-1}\right)}{2^n(2^1 - 1)} \Rightarrow \frac{\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2}\right)}{(2-1)}$$

$$= \frac{\left(\frac{2+1}{2}\right)}{1}$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)$$

[89] (ब) लघुगणक का अभिन्न भाग <u>विशेषता</u> नाम से तथा लघुगणक का दाशमिक भाग <u>अपूर्णांश</u> के नाम से जाना जाता है।

[90] (ब) $\frac{x^2 - (y-z)^2}{(x+z)^2 - y^2} + \frac{y^2 - (x-z)^2}{(x+y)^2 - z^2} + \frac{z^2 - (x-y)^2}{(y+z)^2 - x^2}$

$$= \frac{(x+y-z)(x-y+z)}{(x+z+y)(x+z-y)} + \frac{(y+x-z)(y-x+z)}{(x+y+z)(x+y-z)} + \frac{(z+x-y)(z-x+y)}{(y+z+x)(y+z-x)}$$

$$= \frac{x+y-z}{x+y+z} + \frac{y+z-x}{x+y+z} + \frac{z+x-y}{x+y+z}$$

$$= \frac{x+y-z+y+z-x+z+x-y}{x+y+z}$$

$$= \frac{x+y+z}{x+y+z} = 1$$

[91] (द) Given x = 3y and y = $\frac{2}{3}z$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{1} \text{ and } \frac{y}{z} = \frac{2}{3}$$

x : y = 3 : 1 and y : z = 2 : 3

= 3 × 2 : 1 × 2

= 6 : 2

x : y : z = 6 : 2 : 3

[92] (स) If $\log_4 (x^2 + x) - \log_4 (x+1) = 2$

$$\Rightarrow \log_4 \left\{\frac{(x^2+x)}{(x+1)}\right\} = 2$$

$$\Rightarrow \log_4 \left\{\frac{x(x+1)}{(x+1)}\right\} = 2$$

$\Rightarrow \log_4 x = 2$

$x = 4^2$

$x = 16$

[93] (ब) $\frac{1}{\log_3 60} + \frac{1}{\log_4 60} + \frac{1}{\log_5 60}$

$= \log_{60}3 + \log_{60}4 + \log_{60}5$ $\left[\because \frac{1}{\log_a b} = \log_b a\right]$

$= \log_{60}(3 \times 4 \times 5)$

$= \log_{60}60$

$= 1$

[94] (स) If $3^x = 5^y = 75^z = k$ (let)

then $3^x = k$, $5^y = k$, $75^z = k$

$3 = k^{1/x}, 5 = k^{1/y}, 75 = k^{1/z}$

we know that

$$75 = 3 \times 5 \times 5$$

$$k^{\frac{1}{z}} = k^{\frac{1}{x}}.k^{\frac{1}{y}}.k^{\frac{1}{y}}$$

$$k^{\frac{1}{z}} = k^{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{y}}$$

on comparing

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{y}$$

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{2}{y}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{z}$$

[95] (स) If log 2 = 0.3010 and log 3 = 0.4771

then log 24 = log (2 × 2 × 2 × 3)

= log 2 + log 2 + log 2 + log 3

= 3 log 2 + log 3

= 3 × 0.3010 + 0.4771

= 0.9030 + 0.4771

= 1.3801

[96] (अ) If abc = 2

$ab = \frac{2}{c} = 2c^{-1}$ $\qquad a = \frac{2}{bc} = 2\,b^{-1}\,c^{-1}$

$bc = \frac{2}{a} = 2\,a^{-1}$ $\qquad b = \frac{2}{ca} = 2\,c^{-1}\,a^{-1}$

$ca = \frac{2}{b} = 2\,b^{-1}$ $\qquad c = \frac{2}{ab} = 2\,a^{-1}\,b^{-1}$

Given $\frac{1}{1+a+2b^{-1}} + \frac{1}{1+\frac{1}{2}b+c^{-1}} + \frac{1}{1+c+a^{-1}}$

$$= \frac{1}{1+a+2b^{-1}} + \frac{2b^{-1}}{2b^{-1}(1+\frac{1}{2}b+c^{-1})} + \frac{a}{a\left(1+c+a^{-1}\right)}$$

$= \frac{1}{(1+a+2b^{-1})} + \frac{2b^{-1}}{2b^{-1}+1+2b^{-1}c^{-1})} + \frac{a}{a+ac+1}$

$= \frac{1}{1+a+2b^{-1}} + \frac{2b^{-1}}{2b^{-1}+1+a} + \frac{a}{a+2b^{-1}+1}$

$= \frac{1+2b^{-1}+a}{1+a+2b^{-1}}$

$= 1$

[97] (अ) सिक्कों की कुल संख्या = 23

1 और 2 के सिक्कों का अनुपात = 3 : 2

माना,

₹ 1 के सिक्के = 3x

₹ 2 के सिक्के = 2x

₹ 5 के सिक्के = 23 – 3x – 2x

= 23 – 5x

सभी सिक्कों का कुल मूल्य = 43

3x × 1 + 2x × 2 + (23 – 5x) 5 = 43

3x + 4x + 115 – 25x = 43

- 18x = 43 – 115

- 18x = – 72

$x = \frac{-72}{-18} = 4$

₹ 1 के सिक्के = 3x = 3 × 4 = 12

₹ 2 के सिक्के = 2x = 2 × 4 = 8

[98] (स) a : b = 2 : 3 ⇒ $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ (i)

b : c = 4 : 5 ⇒ $\frac{b}{c} = \frac{4}{5}$ (ii)

c : d = 6 : 7 ⇒ $\frac{c}{d} = \frac{6}{7}$ (iii)

समीकरण संख्या (i), (ii) तथा (iii) को आपस में गुणा करने पर

$\frac{a}{b} \times \frac{b}{c} \times \frac{c}{d} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} = \frac{16}{35}$

अतः 16 : 35

[99] (ब) $\log (1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3)$

$= \log \sum n3$

$= \log \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

$= 2 \log \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]$

$= 2 [\log n + \log (n + 1) - \log 2]$

$= 2 \log n + 2 [\log (n + 1)] - 2 \log 2$

[100] (ब) यदि $a = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}$ तथा $b = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}$

$a + b = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}$

$= \frac{(\sqrt{6}+\sqrt{5})^2 + (\sqrt{6}-\sqrt{5})^2}{(\sqrt{6}-\sqrt{5})(\sqrt{6}+\sqrt{5})}$

$= \frac{6+5+2\sqrt{30}+6+5-2\sqrt{30}}{(\sqrt{6})^2-(\sqrt{5})^2}$

$= \frac{22}{6-5}$

$= \frac{22}{1} = 22$

$a.b = \left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}\right)\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}\right) = 1$

$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{b^2+a^2}{a^2b^2} = \frac{(a+b)^2-2ab}{(ab)^2}$

$= \frac{(22)^2-2\times 1}{(1)^2} = \frac{484-2}{1} = 482$

✿